

## ГЛАВА 4. ЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ

### 4.1 Задачи статики

Решение  $U$  линейной статической задачи при всех возможных перемещениях  $V$  удовлетворяет равенствам:

$$a_0(U, V) = q(V), \quad (4.1)$$

где  $a_0(U, V)$ ,  $q(V)$  — функционалы возможных работ внутренних и внешних сил, линейные по  $V$ , функционал  $a_0(U, V)$  линеен и по  $U$ , симметричен и положительно определен.

Во всех программных комплексах семейства ЛИРА реализован метод конечных элементов (МКЭ) в форме перемещений — искомыми функциями являются перемещения. Этот вариант МКЭ наиболее легко поддается алгоритмизации и компьютерной реализации.

Основная концепция МКЭ заключается в непосредственной дискретизации рассчитываемой системы, которая расчленяется расчетной сеткой на конечные элементы. Для полученной дискретной модели вводится система кусочно-непрерывных функций  $\{\varphi_l(x)\}$ , определенных на конечном числе подобластей — звездах конечных элементов (рис. 4.1), т.е.

$$\varphi_l(x) = \begin{cases} \varphi_{lj}(x) & x \in \Omega_j \\ 0 & x \notin \Omega_j \end{cases}.$$

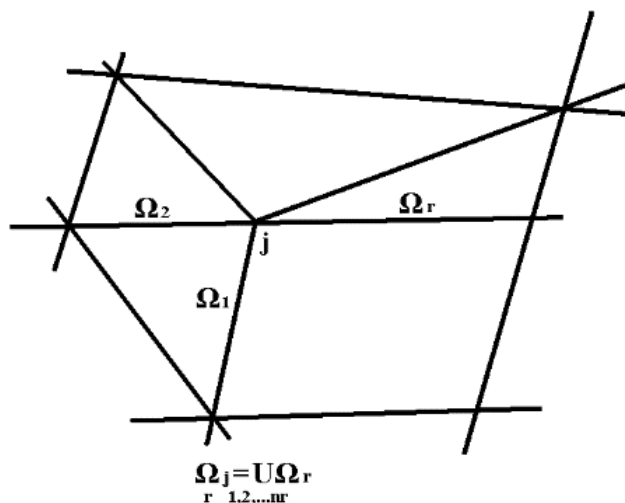


Рис. 4.1. Звезды конечных элементов

Искомая функция перемещений по области системы  $u(x)$ ,  $x \in \Omega$  приближенно принимается в виде:

$$u_h(x) = \sum_{l=1}^L q_l \varphi_l(x), \quad (4.2)$$

где  $L$  — общее число узловых неизвестных, которое в общем случае не равно числу узлов, так как в каждом узле может быть различное число неизвестных. Узловым неизвестным  $q_l$  в МКЭ, как правило, придается физический смысл, это искомые значения перемещений и их производных в узлах расчетной сетки.

При подстановке (4.2) в (4.1) задача сводится к определению значений конечного числа неизвестных  $q_l$ . Более подробно МКЭ изложен в разделе 18.9.

Базисные функции  $\{\varphi_l(x)\}$  должны удовлетворять условиям сходимости МКЭ:

- Функции  $\{\varphi_l(x)\}$  принадлежат энергетическому пространству. Это означает, что, наряду с удовлетворением главным граничным условиям, представление (4.2) обеспечивает существование по всей области  $\Omega$  тех перемещений и их производных, которые входят в функционал (4.1). Элементы, базисные функции которых удовлетворяют этому условию, называются совместными или конформными. В не конформном случае требуются дополнительные условия.

- Функции  $\varphi_l$  линейно независимы. Это требование необходимо для разрешимости системы МКЭ.

- Система базисных функций  $\{\varphi_l\}$  должна быть полной в энергетическом пространстве. Это означает, что функции (4.2) при неограниченном сгущении сетки аппроксимируют в энергетическом смысле любые возможные перемещения по области  $\Omega$  с любой заранее заданной степенью точности.

Выполнение этих требований позволяет получить оценку погрешности перемещений и напряжений, полученных на основе МКЭ [18.13]:

$$\|u - u_h\|_{L_2} \leq c_u h^t \tag{4.3}$$

$$\|\sigma - \sigma_h\|_{L_2} \leq c_\sigma h^\tau \tag{4.4}$$

где:  $u, u_h, \sigma, \sigma_h$  — точные и приближенные значения перемещений и напряжений;

$L_2$  — континуальный аналог квадратичной невязки;

$c_u, c_\sigma$  — константы;

$h$  — максимальный размер конечного элемента;

$t, \tau$  — порядок сходимости МКЭ по перемещениям и напряжениям.

Все конечные элементы, включенные в БКЭ, теоретически обоснованы, для них получены оценки погрешности по перемещениям и по напряжениям  $t$  и  $\tau$ . Теоретически обоснована также возможность задания криволинейных стержней прямолинейными элементами и произвольных оболочек треугольными и прямоугольными (для цилиндрических оболочек) элементами плоской оболочки. Погрешность по напряжениям и перемещениям оценивается здесь величиной, пропорциональной  $h$ . В БКЭ включены только такие элементы, для которых математически доказана сходимость, то есть получены  $t$  и  $\tau$ . Значения этих параметров позволяют не только обрести уверенность в результатах решения той или иной задачи, но и оценить степень приближения полученного решения к точному.

Теоретические основы МКЭ подробно описаны в [18.13].

### Решение системы канонических уравнений

После того как заданная конструкция представлена в виде конечно-элементной схемы, задача об определении перемещений узлов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений вида

$$AX = B \tag{4.5}$$

где:  $A$  — симметричная положительно определенная матрица размером  $N \times N$  ;  
 $B$  — матрица правых частей (загружений) размером  $N \times k$  ( $k$  — количество загружений);  
 $X$  — искомая матрица перемещений размером  $k \times N$ .

Для решения системы (4.5) предварительно производится треугольное разложение матрицы  $A$  методом Гаусса. Поскольку в большинстве случаев матрица  $A$  является разреженной, то для уменьшения требуемой оперативной памяти, внешней памяти и времени счета предварительно производится упорядочение неизвестных системы (4.5) с целью минимизации количества вычислений при разложении. Реализованы следующие методы упорядочения: алгоритм минимальной степени и многоуровневый алгоритм декомпозиции. Пользователю предоставлена возможность выбора метода упорядочения. По умолчанию выполняется упорядочивания обеими методами с выбором лучшего. Конкретные рекомендации для выбора метода упорядочения не могут быть даны, так как эффективность того или иного алгоритма существенно зависит от структуры конкретной матрицы  $A$ . Методы снижения влияния плохой обусловленности матрицы обсуждаются в работе [18.13]. Если в процессе треугольного разложения матрицы  $A$  выясняется, что она вырождена, то производится автоматическое наложение связей, которые обеспечивают геометрическую неизменяемость. При этом пользователю предоставляется информация о номерах узлов и номерах степеней свободы, по которым произведено наложение связей. В этом случае рекомендуется внимательно проанализировать расчетную схему и выяснить происхождение геометрической изменяемости конструкции.

Дополнительным сервисным средством является контроль решения системы (4.5). При появлении сообщения о большой величине ошибки решения, которое, как правило, является следствием плохой обусловленности матрицы  $A$ , следует внимательно проанализировать результат и убедиться, что полученное решение приемлемо с инженерной точки зрения.

## 4.2 Задачи динамики

Задача динамического расчета формулируется, как и в статическом случае, в виде вариационного равенства

$$b\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, v\right) + c\left(\frac{\partial u}{\partial t}, v\right) + a(u, v) = (f(t), v), \quad t > 0, \quad (4.6)$$

$$u(0) = u_0, \quad \partial u / \partial t(0) = u_1,$$

где:  $u_i = u(t)$  — точное решение;

$b(u, v)$ ,  $c(u, v)$  — возможные работы инерционных и демпфирующих сил;

$u_0$ ,  $u_1$  — начальные значения перемещения и скорости;

остальные обозначения те же, что и в статической задаче.

Реализован метод решения динамической задачи, заключающийся в сочетании МКЭ с разложением по формам собственных колебаний. Решение системы уравнений (4.6) ищем в виде

$$u_h = \sum_{i=1}^N u_i(t) \mu_i, \quad (4.7)$$

где  $u_i = u(t)$  — скалярные функции;

$\mu_i$  — базисные функции соответствующей статической задаче.

Подставив в (4.6) формулу (4.7) и  $\mu_j$  ( $j=1,\dots,N$ ) вместо  $v$ , получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + C \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = P(t), \quad (4.8)$$

где:  $x(t)$ ,  $x_0$ ,  $x_1$  — векторы с элементами  $X_I(t) = u_i(t)$ ,  $X_I(0) = L_i U_0$ ,  $X_I(1) = L_i U_1$ ,

$M$  и  $C$  — матрицы масс и демпфирования с элементами  $m_{i,j} = b(\mu_i, \mu_j)$ ,  $c_{i,j} = c(\mu_i, \mu_j)$ .

Кроме диагональной матрицы масс может использоваться и согласованная матрица масс, элементы которой вычисляются на основании базисных функции МКЭ.

Матрица жесткости  $K$  и вектор нагрузок  $P(t)$  определяются, как для статической задачи. Этот метод известен как полудискретная аппроксимация. Его погрешность (разность между  $U$  и  $U_h$ ) по потенциальной и кинетической энергии оценивается как в совместном, так и в несовместном случаях величиной, пропорциональной  $h$ .

Систему (4.8) решаем методом разложения по формам собственных колебаний. Пусть  $\lambda_i, \varphi_i$ , решение задачи на собственные значения

$$K \varphi = \lambda M \varphi \quad (4.9)$$

Задача на собственные значения (4.9) решается методом итерации подпространств.

Полагая в (4.8)  $x(t) = \sum_{i=0}^N y_i(t) \varphi_i$ , из ортогональности функций  $\varphi_i$  получим (при определенных предположениях относительно матрицы  $C$ ), что система (4.8) распадается на независимые уравнения относительно  $y_i(t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} y_i(t) + 2\xi_i \omega_i \frac{d}{dt} y_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) &= P_i(t), \quad t > 0, \\ y_i(0) = y_i^0, \quad \frac{dy_i}{dt}(0) &= y_i^1 \end{aligned} \quad (4.10)$$

где:  $\omega = \lambda_i^{-0.5}$ ,  $0 < \xi_i < 1$ ,  $P_i(t) = \langle P(t), \varphi_i \rangle$ ,  $y_i^0 = \langle x^0, M \varphi_i \rangle$ ,  $y_i^1 = \langle \dot{x}^1, M \varphi_i \rangle$

Решение уравнения (4.10) имеет вид:

$$y_i = e^{-\xi_i \omega_i t} \left( \frac{y_i^1 + y_i^0 \xi_i \omega_i}{\omega_i} \sin \varpi_i t + y_i^0 \cos \varpi_i t \right) + \frac{1}{\varpi_i} \int_0^t P_i(\tau) e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \sin \varpi_i (t-\tau) d\tau,$$

где:  $\varpi_i = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$

Векторы инерционных сил  $S_i(t)$  вычисляются по формуле  $S_i(t) = \omega_i^2 y_i(t) M \varphi_i$ .

В расчетах используются величины, выражаемые формулой  $S_{i,0} = \max_t \{ \omega_i^2 y_i(t) \}$ . При этом:

1. Для ветровой нагрузки

$$S_{i,0} = w_n \gamma_i,$$

где:  $w_n$  — нормативное значение ветровой нагрузки;

$\gamma_i$  — коэффициент динамичности, зависящий от  $\omega_i$ ,  $\xi_i$  и скорости ветра.

2. Для сейсмической нагрузки

$$S_{i,0} = A \beta_i,$$

где:  $A$  — относительная величина ускорения;

$\beta_i$  — коэффициент динамичности, зависящий от  $\omega_i$  и  $\xi_i$ .

3. Для импульсной и ударной нагрузок  $\left( t_0 \leq 2.5 \frac{2\pi}{\omega_i} \right)$

$$S_{i,0} = \varepsilon_i \bar{P}_i \psi,$$

где:  $\varepsilon_i$ , зависит от  $t_0$ ,  $\omega_i$ ;

$t_0$  — время действия импульса;

$\psi$  — учитывает периодичность действия нагрузки;

$$\bar{P}_i = \begin{cases} \int_0^{t_0} P_i(\tau) d\tau & \text{— для импульса,} \\ M_0 v_0 (1 + \nu) & \text{— для удара;} \end{cases}$$

где:  $M_0, v_0$  — масса и скорость ударяющего тела;

$\nu$  — коэффициент восстановления формы соударяющихся тел.

Коэффициент  $\psi$  зависит от того, являются ли колебания установившимися  $\left( n > \frac{\pi}{4\xi_1} \right)$  или

неустановившимися  $\left( n < \frac{\pi}{4\xi_1} \right)$ , где  $n$  — число повторений импульсов.

4. Для гармонической нагрузки  $P_{i,1} \cos \theta t + P_{i,2} \sin \theta t$  вычисляются суммарные по всем формам инерционные силы  $S_1$  и  $S_2$ , соответствующие косинусоидальной (действительной) и синусоидальной (мнимой) составляющим:

$$S_1 = \sum_i a_i M \varphi_i, S_2 = \sum_i b_i M \varphi_i,$$

$$\text{где: } a_i = \frac{P_{i,1} \chi_i - P_{i,2} \xi_i \alpha_i}{\chi_i^2 + \alpha_i^2 \xi_i^2}, \quad b_i = \frac{P_{i,2} \chi_i + P_{i,1} \xi_i \alpha_i}{\chi_i^2 + \alpha_i^2 \xi_i^2}, \quad \alpha_i = \frac{\theta}{\omega_i}, \quad \chi_i = 1 - \alpha_i^2.$$

$$\text{Тогда } \max \sum_i S_i(t) = \sqrt{S_1^2 + S_2^2}.$$

В перечисленных выше вариантах воздействий возможно точное вычисление  $Y_I(t)$ . В остальных случаях решения  $Y_I(t)$  находим численно.

В частности, при расчете на сейсмическую нагрузку по акселерограмме в каждый момент времени  $t_k$  задается вектор  $P_k = P(t_k)$ . Тогда в (4.10) имеем  $P_{i,k} = P_i(t_k)$ . Далее уравнения (4.10) решаются методом конечных разностей по схеме Ньюмарка. Получаем значения перемещений  $Y_{I,k} = Y_I(t_k)$  и инерционных сил  $S_{i,k} = S_i(t_k)$ , по которым вычисляется

$$S_{i,0} = \max_k \left\{ \omega_i^2 y_i(t_k) \right\}$$

При расчетах на сейсмические воздействия ПК ЛИРА позволяет применить метод спектра ответов. Расчет заключается в том, чтобы при заданной функции  $S_0(\omega)$ , обычно кусочно-линейной, вычислить линейной интерполяцией значения  $S_0(\omega_i)$ . Функция  $S_0(\omega)$  может быть представлена графиками спектров ускорений, скоростей или перемещений.

Реализованы следующие модули расчета на динамические воздействия:

- (27) Сейсмического воздействия по однокомпонентной акселерограмме;
- (29) Сейсмического воздействия по трехкомпонентной акселерограмме;
- (30) Сейсмического воздействия по СНиП II-7-81\* издания 01.01.1996 г.;
- (31) Сейсмического воздействия по СП 31-114-2004 (Российская Федерация);
- (32) Сейсмического воздействия по СНРА II-6.02-2006 (Республика Армения);
- (33) Сейсмического воздействия по КМК 2.01.03-96 с учетом изменений от 01.04.2004 (Узбекистан);
- (34) Сейсмического воздействия по МГСН 4.19-05 (ГСН г. Москва);

- (35) Сейсмическое воздействие по СНиП II-7-81 \* издания 01.01.2000 г. (Российская Федерация);
- (36) Сейсмическое воздействие по ДБН В.1.1-12:2014 (Украина);
- (37) Сейсмическое воздействие по ДБН В.1.1-12:2014, прил. Б (Украина);
- (38) Сейсмическое воздействие по СНиП II-7-81\* издания 01.01.2000г. с учетом кручения (Российская Федерация);
- (39) Сейсмическое воздействие по TGN 2.01.08-99 (Туркменистан);
- (41) Сейсмическое воздействие по спектру реакции одномассового осциллятора;
- (42) Сейсмическое воздействие по IBC-2006 (США);
- (43) Сейсмическое воздействие по СНиП РК 2.03-30 – 2006;
- (44) Сейсмическое воздействие по EN 1998-1: 2004;
- (45) Сейсмическое воздействие по RPA 99 / Version 2003 (Алжир);
- (46) Сейсмическое воздействие по ДБН В.1.1-12:2014, прил. Г (Украина);
- (47) Сейсмическое воздействие по НП-031-01 (Российская Федерация);
- (48) Сейсмическое воздействие по МСК ЧТ 22-07-2007 (Таджикистан);
- (49) Сейсмическое воздействие по ДБН В.2.2-24:2009 (Украина);
- (50) Сейсмическое воздействие по AzDTN 2.3-2010 (Азербайджан);
- (51) Сейсмическое воздействие по СП 14.13330.2011 издания 20.05.2011г.;
- (52) Сейсмическое воздействие по Turkish Earthquake Code 2007 (Турция);
- (53) Сейсмическое воздействие по PN 01.01-09 (Грузия);
- (54) Сейсмическое воздействие по IS 1893 (Part 1) : 2002[2007] (Индия);
- (55) Сейсмическое воздействие по СТО МГСУ (Российская Федерация);
- (56) Сейсмическое воздействие по SI 413 Am.3 от 09.2009 (Израиль);
- (57) Сейсмическое воздействие по IRANIAN CODE, Standard No. 2800, 3<sup>rd</sup> Edition, 2007 (Иран);
- (58) Сейсмическое воздействие по СНиП КР 20-02:2009 (Кыргызская Республика);
- (59) Сейсмическое воздействие по СНиП РК 2.03-30-2017 (Казахстан);
- (60) Сейсмическое воздействия по графикам коэффициента динамичности;
- (61) Сейсмическое воздействие по СП 14.13330.2018 (Российская Федерация);
- (62) Сейсмическое воздействие по СП 268.1325800.2016 (Российская Федерация);
- (63) Сейсмическое воздействие по СП 267.1325800.2016 (Российская Федерация);
- (21) Ветровое воздействие с учетом пульсации по СНиП 2.01.07-85\*;
- (25) Ветровое воздействие с учетом пульсации по СП 20.13330.2011;
- (22) Импульсивное воздействие
- (23) Ударное воздействие;
- (24) Гармонические колебания;
- (28) Гармонические колебания с учетом частотных зон
- (100) Модальный анализ.

#### 4.2.1 Конденсация масс

Для конструкций с сильно отличающимися жесткостными характеристиками (металлические надстройки над ж/б зданиями, довольно податливые перекрытия и т.д.) реализован механизм конденсации масс. При конденсации масс указываются элементы, с которых необ-

ходимо собрать массу, и узлы, в которые собранную массу необходимо распределить. Конденсация масс позволяет избавиться от форм собственных колебаний с близким к нулю процентом вклада в реакцию сооружения.

#### 4.2.2 Спектр реакции

При необходимости выполнить сейсмический расчет установленного в здании оборудования используются так называемые поэтажные акселерограммы и поэтажные спектры отклика. После расчета здания или сооружения на сейсмическое воздействие для точек крепления оборудования получают законы колебаний — обычно акселерограммы. Их можно непосредственно использовать для расчета оборудования методом прямого интегрирования или по модулям расчета на акселерограммы землетрясений. Если же необходим расчет по спектральной теории сейсмостойкости, то вычисляют поэтажные спектры отклика от поэтажных акселерограмм с дальнейшей возможностью использования полученных спектров отклика в 41 модуле динамики. Поэтажные спектры отклика строятся для 27 и 29 модулей динамики и для прямого интегрирования уравнений движения.

#### 4.3 Задачи устойчивости

Задачи устойчивости тесно связаны с геометрически нелинейными задачами. При применении шагового метода устойчивость конструкции обозначает положительную определенность матрицы линеаризованной системы уравнений. Условием положительной определенности симметричной матрицы, согласно критерию Сильвестра, является положительность всех ее главных миноров, что проверяется в ходе исключения неизвестных методом Гаусса. Такой подход позволяет исследовать устойчивость и при одновременном учете геометрической и физической нелинейностей. Изложенный метод исследования устойчивости называют устойчивостью деформированной схемы.

Для многих задач достаточно исследовать устойчивость недеформированной схемы. В ПК ЛИРА имеется возможность оценки устойчивости конструкции в предположении ее упругой работы. Основной задачей расчета на устойчивость является определение значения критического параметра потери устойчивости конструкции —  $\lambda$  (физический смысл критического параметра потери устойчивости состоит в том, что если увеличить нагрузки, действующие на конструкцию, в  $\lambda$  раз, то система потеряет устойчивость).

Реализованный в ПК ЛИРА вариант оценки устойчивости конструкции предполагает, что распределение внутренних усилий/напряжений  $\sigma_0$  известно из решения линейной статической задачи и все приложенные к системе внешние силы  $F_0$  (а следовательно, и внутренние усилия/напряжения) растут пропорционально одному и тому же параметру  $\lambda$ . Требуется определить такое значение числового параметра  $\lambda$ , чтобы при внешних силах  $(\lambda \cdot F_0)$  произошла потеря устойчивости.

Задача определения критических сил и соответствующих им форм потери устойчивости допускает следующую вариационную формулировку. Найти перемещения  $u \neq 0$  и число  $\lambda$ , такие, чтобы при всех допустимых перемещениях  $v$  было справедливо равенство

$$a(u, v) = \lambda \cdot d(u, v), \quad (4.11)$$

где:  $d(u, v)$  — возможная работа усилий/напряжений при заданном их распределении  $\sigma_0$ .

Возможная работа  $d(u, v)$  может учитывать не только усилия растяжения-сжатия, но и остальные компоненты напряженно-деформированного состояния (моменты, перерезывающие силы) [4.2].

Обозначив  $D$  матрицу с элементами  $d_{i,j} = d(\mu_i, \mu_j)$ , получим из (4.11) задачу на собственные значения для пучка матриц

$$KX = \lambda DX, \quad (4.12)$$

где:

$K$  — матрица жесткости расчетной схемы;

$X$  — собственные вектора (в данном случае формы потери устойчивости).

Погрешность МКЭ в задаче устойчивости для критических сил и соответствующих им форм потери устойчивости пропорциональна  $h^T$ .

Для решения задачи (4.10) применяется, как и при вычислении частот и форм собственных колебаний в задачах динамики, метод итерации подпространств (QR-метод), что позволяет определить не только первую, но и высшие формы потери устойчивости и соответствующие им критические нагрузки. В данной версии допускается не более десяти форм.

По желанию пользователя могут быть выполнены два варианта расчета:

- классический расчет устойчивости по Эйлеру, когда при составлении матрицы  $D$  учитываются только продольные усилия в стержнях и мембранные усилия в оболочках;
- расчет устойчивости с учетом изгибно-крутильных форм, когда при составлении матрицы  $D$  учитываются все усилия.

Расчет реализуется в упругой стадии. Значения усилий в элементах схемы уже вычислены с помощью линейного процессора. При выполнении расчета на устойчивость предполагается, что эти значения выражены через критический параметр нагрузки:

$$P_{кр,i} = \lambda_i \cdot P_i, \quad N_{кр,ij} = \lambda_i \cdot N_{ij}, \quad (4.13)$$

где:

$i$  — номер загрузки;

$j$  — номер элемента в схеме;

$P_i$  — суммарная нагрузка в  $i$ -м загрузении;

$P_{кр,i}$  — критическая нагрузка в  $i$ -м загрузении;

$N_{ij}$  — усилия в  $j$ -м элементе в  $i$ -м загрузении;

$N_{кр,ij}$  — критические усилия в  $j$ -м элементе в  $i$ -м загрузении;

$\lambda_i$  — параметр нагрузки (коэффициент запаса устойчивости).

В процессе расчета для каждого загрузения определяются первые несколько форм потери устойчивости и соответствующие им коэффициенты запаса устойчивости. В ПК ЛИРА анализ устойчивости можно выполнить для:

- статического загрузения;
- расчетного сочетания нагрузок (без вхождения динамических загрузений);
- стадии возведения сооружения.



В результате вычисляются коэффициенты запаса устойчивости  $\lambda_i$ , первые формы потери устойчивости и коэффициенты свободной длины для стержневых элементов, исходя из общей устойчивости, по следующим формулам:

$$\mu_{y,ij} = \frac{\pi}{l_j} \cdot \sqrt{\frac{EJ_{y,j}}{N_{кр,ij}}}, \quad \mu_{z,ij} = \frac{\pi}{l_j} \cdot \sqrt{\frac{EJ_{z,j}}{N_{кр,ij}}}, \quad (4.14)$$

где:

$\mu_{y,ij}$ ,  $\mu_{z,ij}$  — коэффициенты свободной длины  $j$ -го стержня соответственно в плоскостях  $X1oZ1$ ,  $X1oY1$  для  $i$ -го нагружения;

$EJ_{y,j}$ ,  $EJ_{z,j}$  — изгибные жесткости  $j$ -го стержня в плоскостях соответственно  $X1oZ1$ ,  $X1oY1$ ;

$N_{кр,ij} = \lambda_i \cdot N_{ij}$  — критическое продольное усилие сжатия в  $j$ -м стержне для  $i$ -го нагружения;

$\lambda_i$  — коэффициент запаса устойчивости для  $i$ -го нагружения;

$l_j$  — длина  $j$ -го стержня.